

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı



KESİKLİ TERCİH MODELLERİ

Discrete Choice Models

Dr. Kadir Berkhan AKALIN

DİĞER LOJİT MODELLER

1. Karma (Mixed) Lojit
2. Yuvalanmış (Nested) Lojit
3. Sıralı (Ordered) Lojit

1. Karma Lojit

Karma (Mixed) Lojit (KL), herhangi bir RFM modelini tahminleyebilen oldukça esnek bir modeldir. Diğer Lojit yaklaşımlarında, modelin tahmin parametreleri (β) her bir birey için sabit olacak şekilde tanımlanırken KL modelde parametreler sabit veya rassal olarak tanımlanabilmektedir.

Ayrıca KL modelde, gözlenemeyen faktörlerde korelasyona izin verilir. Normal dağılımla sınırlı olan Probit, Tip-1 uçdeğer dağılım gösterdiği kabul edilen ÇTL modelin aksine KL modelde rastgele katsayılar için herhangi dağılım seçilebilir.

1. Karma Lojit

KL modele göre seçim olasılıkları aşağıdaki gibi ifade edilmektedir. Buradan görüleceği üzere KL modeldeki karma ifadesi, belirlenen dağılıma sahip parametre yoğunluk fonksiyonu ($f(\beta)$) ve farklı katsayılar (β) için hesaplanan lojit fonksiyonunun karışımı şeklinde tanımlanmasından kaynaklanmaktadır.

$$P_{ni} = \int \left(\frac{e^{V_{ni}(\beta)}}{\sum_{j=1}^J e^{V_{nj}(\beta)}} \right) f(\beta) d\beta = \int \left(\frac{e^{\beta'x_{ni}}}{\sum_j e^{\beta'x_{nj}}} \right) f(\beta) d\beta$$

Burada;

P_{ni} : n bireyi için seçenek i 'in seçilme olasılığı,

V_{ni}, V_{nj} : n bireyi için sırasıyla, seçenek i ve j için fayda

fonksiyonlarının belirleyici bileşenleri,

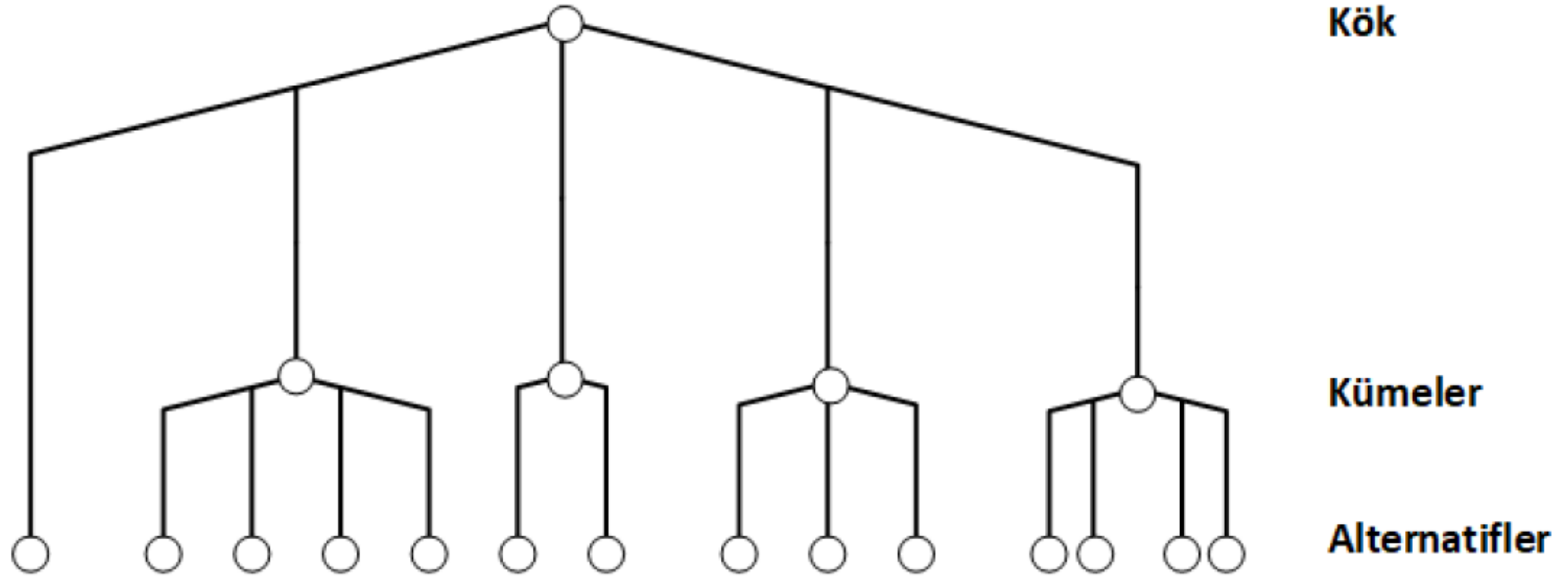
$f(\beta)$: parametre yoğunluk fonksiyonu.

2. Yuvalanmış Lojit

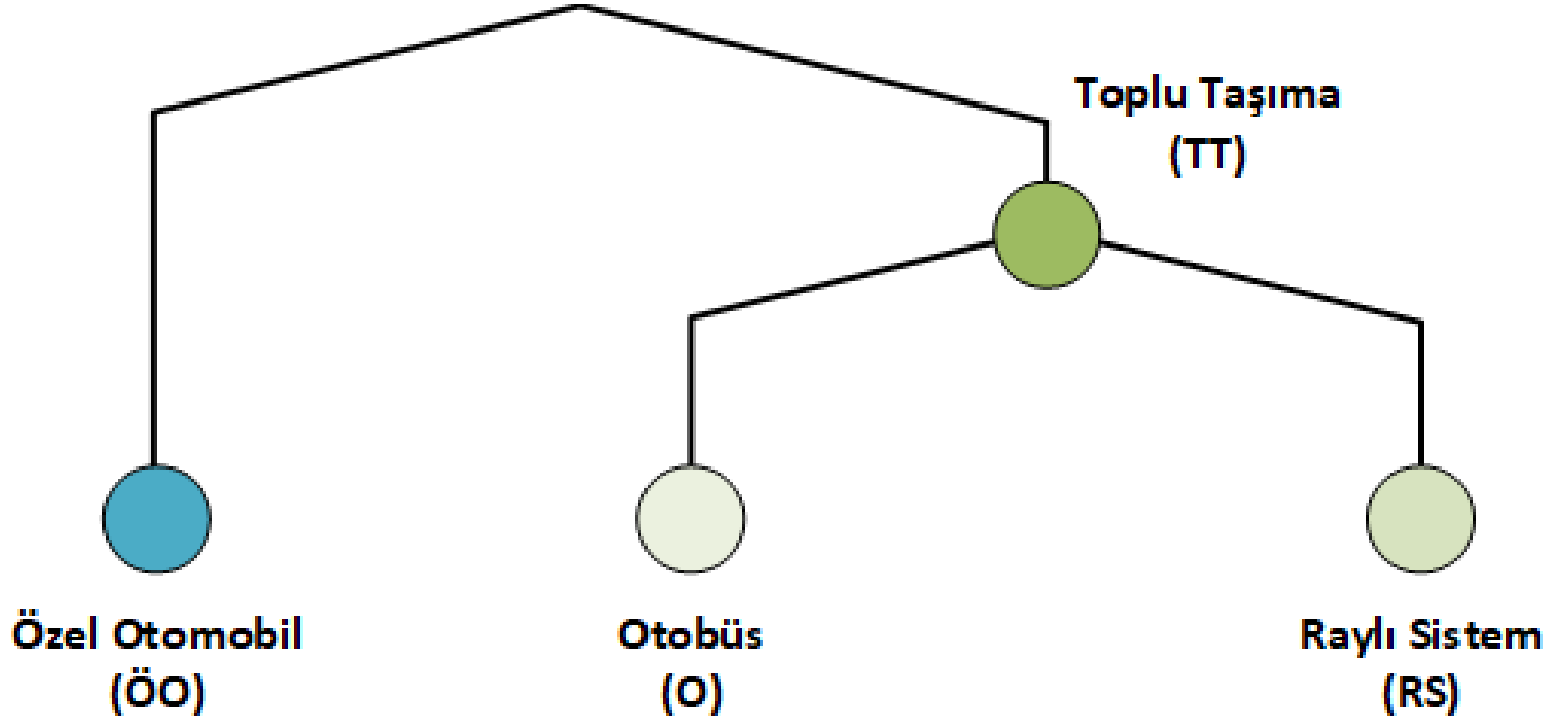
Yuvalanmış (Nested) Lojit (YL) modeli, kapalı form Lojit modelidir. YL modeli, aralarında ilişki olabilecek seçeneklerin daha kapsamlı kümeler haline gruplandırılarak hesaba katıldığı, ÇTL modelin bir uzantısıdır. Bu yaklaşımda, ortak gruptaki seçeneklerin faydaları arasında bağımlılığa veya korelasyona izin verilir. Model, bu varsayım haricinde ÇTL ile aynı varsayımlara dayanmaktadır.

2. Yuvalanmış Lojit

İki seviyeli YL modelin genel yapısı aşağıda gösterilmiştir.



2. Yuvalanmış Lojit



$$P(\ddot{O}O) = \frac{e^{(V_{\ddot{O}O})}}{e^{(V_{\ddot{O}O})} + e^{(V_{TT})}}$$

$$P(TT) = 1 - P(\ddot{O}O)$$

$$P(O/TT) = \frac{e^{(W_O)}}{e^{(W_O)} + e^{(W_{RS})}}$$

$$P(RS/TT) = 1 - P(O/TT)$$

$$P_{\ddot{O}O} = P(\ddot{O}O)$$

$$P_O = P(O/TT) \cdot P(TT)$$

$$P_{RS} = P(RS/TT) \cdot P(TT)$$

Burada;

$i = \{\ddot{O}O, TT, O/TT, RS/TT\}, j = \{\ddot{O}O, O, RS\}, k = \{\ddot{O}O, TT\}, t = \{O, RS\}$ olmak üzere,

P : ilgili seçeneğin veya kümenin seçilme olasılığı,

V_k, W_t : ilgili seçeneğin fayda fonksiyonlarının belirleyici bileşenleri.

2. Yuvalanmış Lojit

- FIML Nested Multinomial Logit Model

Dependent variable MODE

Log likelihood function -166.64835

The model has 2 levels.

Random Utility Form 1: IVparms = LMDAB|1

Number of obs.= 210, skipped 0 obs

```
-----+-----  
Variable| Coefficient        Standard Error    b/St.Er.   P[|Z|>z]  
-----+-----
```

|Attributes in the Utility Functions (beta)

GC	.06579***	.01878	3.504	.0005
TTME	-.07738***	.01217	-6.358	.0000
INVT	-.01335***	.00270	-4.948	.0000
INVC	-.07046***	.02052	-3.433	.0006
A_AIR	2.49364**	1.01084	2.467	.0136
AIR_HIN1	.00357	.01057	.337	.7358
A_TRAIN	3.49867***	.80634	4.339	.0000
TRA_HIN3	-.03581***	.01379	-2.597	.0094
A_BUS	2.30142***	.81284	2.831	.0046
BUS_HIN4	-.01128	.01459	-.773	.4395

|IV parameters, lambda(b|1), gamma(1)

PRIVATE	2.16095***	.47193	4.579	.0000
PUBLIC	1.56295***	.34500	4.530	.0000

|Underlying standard deviation = pi/(IVparm*sqr(6))

PRIVATE	.59351***	.12962	4.579	.0000
PUBLIC	.82060***	.18114	4.530	.0000

3. Sıralı Lojit

Sıralı (Ordered) Lojit (SL), diğerk bir ifadeyle Orantılı Odds (Proportional Odds) modeli, bağımlı değışkenler arasında sıralı bir ilişki olması durumu (1-kötü, 2-orta, 3-iyi gibi) için üretilmiş bir Lojit Model'dir. SL modelinde temel süreç; gözlenen sıralı değışken Y 'nin, kesin ancak ölçüsüz Y^* değışkeni ile belirlenmesi şeklinde tanımlanır

$$Y^* = \sum_{k=1}^K \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

Burada;

Y^* : sürekli örtülü veya gizil (latent) değışken,

X : bağımsız değışken,

β : bağımsız değışkenlerin tahmin edilecek katsayılar,

ε : hata terimi.

3. Sıralı Lojit

Sürekli gizil değişken çeşitli eşik noktalarına sahiptir ve gözlenen sıralı değişken bu eşik değerlere bağlıdır. Gizil değişkene göre belirlenen, gözlenen sıralı değişken aşağıdaki gibi seçilir:

$$Y_i = 0 \text{ eęer } Y^*_i \leq \kappa_0$$

$$Y_i = 1 \text{ eęer } \kappa_0 < Y^*_i \leq \kappa_1$$

$$Y_i = 2 \text{ eęer } \kappa_1 < Y^*_i \leq \kappa_2$$

$$Y_i = N \text{ eęer } \kappa_{N-1} < Y^*_i$$

Burada;

Y^* : sürekli örtülü veya gizil (latent) deęişken,

Y : gözlenen sıralı değişken,

κ : eşik uç deęerleri.

3. Sıralı Lojit

SL modeldeki ilgili sıranın olasılıkları

$$P(Y_i > j) = \frac{e^{(\beta X_i - \kappa_j)}}{1 + e^{(\beta X_i - \kappa_j)}}$$

$$P(Y_i = 1) = \frac{e^{(\beta X_i - \kappa_1)}}{1 + e^{(\beta X_i - \kappa_1)}}$$

$$P(Y_i = j) = \frac{e^{(\beta X_i - \kappa_{j-1})}}{1 + e^{(\beta X_i - \kappa_{j-1})}} - \frac{e^{(\beta X_i - \kappa_j)}}{1 + e^{(\beta X_i - \kappa_j)'}}$$

$$j = \{2, 3, \dots, (M - 1)\}$$

$$P(Y_i = M) = \frac{e^{(\beta X_i - \kappa_{M-1})}}{1 + e^{(\beta X_i - \kappa_{M-1})}}$$

SL modeldeki basit bir üçlü sıra için olasılıklar

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{(Z_i - \kappa_1)}}$$

$$P(Y = 2) = \frac{1}{1 + e^{(Z_i - \kappa_2)}} - \frac{1}{1 + e^{(Z_i - \kappa_1)}}$$

$$P(Y = 3) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(Z_i - \kappa_2)}}$$

Burada;

$$Z_i = \sum_{k=1}^K \beta_k X_{ki} = E(Y^*_i).$$

3. Sıralı Lojit

```
Ordered logistic regression          Number of obs   =          23
                                   LR chi2(2)          =          12.32
                                   Prob > chi2         =          0.0021
Log likelihood = -18.79706          Pseudo R2       =          0.2468
```

distress	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
date	.003286	.0012662	2.60	0.009	.0008043	.0057677
temp	-.1733752	.0834475	-2.08	0.038	-.3369293	-.0098212
/cut1	16.42813	9.554822			-2.298978	35.15524
/cut2	18.12227	9.722302			-.933092	37.17763

Zi=16.195334

$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + \exp(Z_i - \kappa_1)} = \frac{1}{1 + \exp(16.195334 - 16.4281)} = .5579$$

$$P(Y = 2) = \frac{1}{1 + \exp(Z_i - \kappa_2)} - \frac{1}{1 + \exp(Z_i - \kappa_1)}$$

$$= \frac{1}{1 + \exp(16.195334 - 18.1223)} - \frac{1}{1 + \exp(16.195334 - 16.4281)} = .8729 - .5579 = .315$$

$$P(Y = 3) = 1 - \frac{1}{1 + \exp(Z_i - \kappa_2)} = 1 - \frac{1}{1 + \exp(16.195334 - 18.1223)} = .1271$$

KESİKLİ TERCİH MODELLERİ

Discrete Choice Models



TEŞEKKÜRLER
HAFTAYA GÖRÜŞMEK ÜZERE 😊

Dr. Kadir Berkhan AKALIN

KAYNAK GÖSTERME

Bu sunuma aşağıdaki gibi atıf yapabilirsiniz:

Akalın, K.B. (2023). Kesikli Tercih Modelleri Ders Notu. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

You can cite this presentation as follows:

Akalın, K.B. (2023). Discrete Choice Models Lecture Notes. Eskişehir Osmangazi University Graduate School of Natural and Applied Sciences.

KAYNAKLAR

- Akalın, K.B. (2021). *Yolculuk Üretim ve Çekim Modellerinin Rastgele Pişmanlık Minimizasyonu ve Rastgele Fayda Maksimizasyonu Yöntemleri ile Geliştirilmesi*. Doktora Tezi. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Ben-Akiva, M., Lerman, S. (1985). *Discrete Choice Analysis*, The MIT Press.
- Hensher, D.A., Rose, J.M., and Greene, W.H. (2005). *Applied Choice Analysis: A Primer*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Tezcan, H.O. (2021). *Discrete Choice Modelling in Transportation Lecture Notes*. İstanbul Technical University.
- Tezcan, H.O. (2021). *Transportation Models Lecture Notes*. İstanbul Technical University.
- Train, K. (2002). *Discrete Choice Methods with Simulation*, Cambridge University Press.
- <https://www.bauer.uh.edu/rsusmel/phd/ec1-20.pdf>
- <https://www.aptech.com/gauss-applications/discrete-choice/discrete-choice-examples-nested-logit/>
- <https://www3.nd.edu/~rwilliam/stats3/Ologit01.pdf>